TEORI PERMAINAN

Teori permainan (*game theory*) adalah suatu pendekatan matematis untuk merumuskan situasi persaingan dan konflik antara berbagai kepentingan. Teori dikembangkan untuk menganalisa proses pengambilan keputusan dari situasi-situasi persaingan yang berbeda-beda dan melibatkan dua atau lebih kepentingan. Misal para manajer pemasaran bersaing dalam memperebutkan bagian pasar, para jenderal tentara yang ditugaskan dalam perencanaan dan pelaksanaan perang dan para pemain catur, yang semuanya terlibat dalam usaha untuk memenangkan permainan. Kepentingan-kepentingan yang bersaing dalam permainan disebut para pemain (*players*). Anggapannya adalah bahwa setiap pemain (individual atau kelompok) mempunyai kemampuan untuk mengambil keputusan secara bebas dan rasional.

Teori permainan dikenal orang kembali setelah munculnya karya bersama yang gemilang dari John von Neumann dan V. Morgenstern pada tahun 1944 dengan judul *Theory of games and economic behavior*.

Teori ini berkaitan dengan pembuatan keputusan pada saat dua piihak atau lebih berada dalam kondisi persaingan atau konflik. Pihak-pihak yang terlibat diasumsikan rasional dan masing-masing mengetahui strategi pihak lawannya.

Model-model teori permainan dapat diklasifikasikan dengan sejumlah cara, seperti jumlah pemain, jumlah keuntungan dan kerugian dan jumlah strategi yang digunakan dalam permainan. Sebagai contoh, bila jumlah pemain adalah dua, permainan disebut sebagai permainan dua-pemain. Begitu juga, bilamjun\mlah pemain adalah N (dengan N $\geq$3), permainan disebut permainan N-pemain.

Faktor-faktor yang mempengaruhi:

1. Banyaknya pemain
2. Jumlah keuntungan dan kerugian
3. Banyaknya strategi yang dilakukan

Kondisi optimal jika jumlah kerugian dan keuntungan dari permainan ini adalah nol. Sehingga biasa disebut (zero sum game). Bila jumlah keuntungan dan kerugian adalah nol, disebut permainan jumlah-nol atau jumlah-konstan. Sebaliknya bila tidak sama dengan nol, permainan disebut permainan-bukan jumlah nol (*non zero-zum game*).

UNSUR-UNSUR DASAR TEORI PERMAINAN

Berikut ini akan diuraikan beberapa unsur atau elemen dasar yang sangat penting dalam penyelesaian setiap kasus dengan teori permainan, dengan mengambil suatu contoh permainan dua-pemain jumlah-nol, dimana matriks *pay off*-nya sebagai berikut:

Pemain A	Pemain B		
	B_1	B_2	B_3
A_1	6	9	2
A_2	8	5	4

Dari tabel di atas dapat diuraikan unsur-unsur dasar teori permainan sebagai berikut:

1. Angka-angka dalam matriks *payoff*, atau biasa disebut matriks permainan, menunjukkan hasil-hasil dari strategi-strategi permainan yang berbeda-beda. Hasil-hasil ini dinyatakan dalam suatu bentuk ukuran efektivitas seperti uang, persentase *market share* atau kegunaan. Dalam permainan dua-pemain jumlah-nol, bilangan-bilangan positif menunjukkan keuntungan bagi pemain baris (*maximizing player*), dan merupakan kerugian bagi pemain kolom (*minimizing player*). Sebagai contoh, bila pemain A mempergunakan strategi A_1 dan pemain B memilih strategi B_2, maka hasilnya A memperoleh keuntungan 9 dan B kerugian 9
2. Suatu strategi permainan adalah rangkaian kegiatan atau rencana yang menyeluruh dari seorang pemain, sebagai reaksi atas aksi yang mungkin dilakukan oleh pemain laing yang mejadi pesaingnya. Dalam hal ini dianggap bahwa suatu strategi tidak dapat dirusak oleh para pesaing atau faktor lain. Contoh dari tabel di atas, pemain A mempunyai 2 strategi (A_1 dan A_2) dan pemain B mempunyai 3 strategi (B_1, B_2 dan B_3).
3. Aturan-aturan permainan menggambarkan kerangka dengan mana para pemain memilih strategi mereka.
4. Nilai permainan adalah hasil yang diperkirakan per permsainan atau *pay off* rata-rata dari sepanjang rangkaian permainan, dimana kedua pemain mengikuti atau mempergunakan strategi mereka yang paling baik atau optimal. Suatu permainan dikatakan adil (*fair*) apabila nilainya nol, dimana tidak ada pemain yang memperoleh keuntungan atau kemenangan. Permainan dikatakan tidak adil

(*unfair*) apabila nilainya bukan nol. Contoh bahwa nilai permainan dalam tabel di atas adalah 4, oleh karena itu disebut suatu permainan *unfair*.

5. Suatu strategi dikatakan dominan bila setiap payoff dalam strategi adalah superior terhadap setiap *payoff* yang berhubungan dalam suatu strategi altermatif. Sebagai contoh, untuk pemain B, kedua strategi B_1 dan B_2 didominasi oleh strategi B_3. oleh karena itu untuk maksud pemecahan permainan ini, kolom-kolom B1 dan B2 dapat dihilangkan dari matriks *payoff*. Kemudain permainan dipecahkan, dengan pemain B memilih B3 dan pemain A memilih A2. Nilai permainan adalah 4. aturan dominan ini dapat digunakan untuk mengurangi ukuran matriks *payoff* dan upaya perhitungan.
6. Suatu strategi optimal adalah rangkaian kegiatan, atau rencana yang menyeluruh, yang menyebabkan seorang pemain dalam posisi menguntungkan tanpa memperhatikan kegiatan-kegiatan para pesaingnya. Pengertian posisi yang paling menguntungkan adalah bahwa adanya deviasi (penyimpangan) dari strategi optimal, rencana optimal, akan menurunkan *payoff*.
7. Tujuan dari model permainan adalah mengidentifikasikan strategi atau rencana optimal untuk setiap pemain. Dari contoh di atas, strategi optimal untuk A adalah A_2, B_3 adalah strategi optimal untuk B.

Konsep-konsep teori permainan sangat penting untuk beberapa hal berikut ini:

1. Mengembangkan suatu kerangka untuk analisis pengambilan keputusan dalam situasi-situasi persaingan atau kerja sama.
2. Menguraikan suatu metode kuantitatif yang sistematis yang memungkinkan para pemain yang terlibat persaingan untuk memilih strategi-strategi yang rasional dalam pencapaian tujuan mereka.
3. Memberikan gambaran dan penjelasan fenomena situasi-situasi persaingan atau konflik, seperti tawar-menawar dan perumusan koalisi.

PERMAINAN DUA-PEMAIN JUMLAH-NOL

Permainan dua-pemain jumlah-nol adalah model konflik yang paling umum dalam dunia bisnis.permainan ini dimainkan oleh 2 orang, 2 kelompok atau 2 organisasi yang secara langsung mempunyai kepentingan yang langsung “berhadapan”. Disebut permainan jumlah-nol karena keuntungan seseoraang adalah sama dengan kerugian seseorang lainnya, sehingga jumlah total keuntungan dan kerugian adalah nol. Setiap orang mempunyai dua atau lebih strategi (kepuitusan).

Ada dua tipe permainan dua-pemain jumlah-nol, yaitu:

1. **Permainan strategi murni (*Pure-Strategi Game*) yaitu setiap pemain mempergunakan strategi tunggal.**

   Dalam permainan strategi murni, pemain baris (*maximizing player*) mengidentifikasikan strategi optimalnya melalui aplikasi kriteria maksimin. Sedangakn pemain kolom (*minimizing player*) menggunakan kriterian minimaks untuk mengidentifikasikan strategi optimalnya. Dalam hal ini nilai yang dicapai harus merupakan maksimum dari minimaks baris dan minimum dari maksimin kolom sekaigus. Pada kasus tersebut suatu titik ekuilibrium telah dicapai, dan titik ini sering dikenal sebagai titik pelana (*saddle point*).

   Bila nilai maksimin tidak sama dengan nilai minimaks, titik pelana tidak dapat dicapai, sehingga permainan tidak dapat dipecahkan dengan mempergunakan strategi murni. Permainan tanpa titik pelana dipecahkan dengan mempergunakan strategi campuran.

   Kriteria maksimin: Cari nilai-nilai minimum setiap baris. Maksimum di antara nilai-nilai minimum tersebut adalah nial maksimin.

   Kriteria minimaks: Cari nilai-nilai minimum setiap kolom. Minimum di antara nilai-nilai maksimum tersebut adalah nial minimaks.

   Contoh:

   Pemain A: Developer real estate

   Strategi: A_1 mengsatur mall secara keseluruhan dengan invest $ 800.000

   A_2 mengatur sebagian mall dengan invest $ 400.000

   Pemain B: Pemilik mall

   Strategi: B_1 menjual mall keseluruhan

   B_2 menjual sebagian mall (menyisakan)

   Berikut ini adalah perolehan dari kemungkinan masing-masing strategi

B / A	B_1	B_2
A_1	50.000	100.000
A_2	40.000	-30.000

Dari tabel ini pemain A menilai bahwa nilai terburuk yang diperoleh jika strategi A_1 dilakukan adalah \$ 50.000 dan nilai terbaik jika strstegi A_2 dilakuka adalah \$ 40.000.

↳ pemain A akan memilih strategi A.

Bagi pemain B, dia akan memilih strategi B_1 karena kerugian yang akan diperoleh adalah \$ 50.000 dibandingkan jika dia memilih B_2 dengan nilai kerugian \$ 100.000. apalagi dia tahu A pasti juga akan memilih strategi A_1.

Sehingga nilai dari permainan ini adalah \$ 50.000 yang merupakan perolehan untuk A dan kehilangan untuk B. Nilai ini biasa disebut dengan "Saddle Point".

Pure strategi dengan metode minimax dan maximin

a. Maximin → kolom → pemain B

b. Minimax → baris → pemain A

B / A	B_1		B_2	Minimum perolehan	
A_1	50.000	Saddle point	100.000	50.000 ←	max
A_2	40.000		-30.000	-30.000	
Maximum kehilangan	50.000 ↑		100.000		
	min				

Apabila suatu kasus tidak ditemukan adanya "Saddle Point"

↳ maka harus menggunakan metode campuran.

2. Permainan strategi campuran (*Mixed-Strategi Game*)

Strategi campuran dimana kedua pemain memakai campuran dari beberapa strategi yang berbeda-beda. Strategi campuran ini digunakan bila niali minimaks tidak sama dengan nilai maksimin. Pemecahan masalah atau penyelesaia permainan dengan strategi campuran dapat dilakukan dengan metode:

a) Metode grafik

Untuk dapat menyelesaikan permainan strategi-campuran secara grafik, dimensi pertama matriks permainan harus 2.

b) Metode analitis

Metode ini menggunakan pola distribusi probabilitas untuk strategi-strategi yang berbeda. Nilai-nilai probabilitas ini memungkinkan untuk ditemukannya strategi-strategi campuran yang optimum.

c) Metode aljabar matriks

Metode aljabar matriks adalah cara lain untuk menyelesaikan suatu permainan yang mempunyai matriks segi empat yang lebih banyak dari permainan 2×2.

d) Metode linear programming

Untuk menyelesaikan perainan-permainan strategi-campuran 3×3 atau dimensi yang lebih besar, dapat mempergunakan linear programming.

Contoh:

Pemain 1: Agen sepak bola (Q)

Strategi: Q_1 melihat performance pemain dipermainan-permainan yang lalu.

Q_2 melihat potensi pemain selamanya

Pemain 2: Manager (R)

Strategi: R_1 pembentukan moral pemain

R_2 bayaran untuk pemain disesuaikan dengan tim lain

Berikut ini adalah matriks pembayarannya

Matriks pembayaran

Manager / Agent	R_1	R_2
Q_1	-30.000	60.000
Q_2	50.000	20.000

	R / Q	R_1	R_2	Minimum perolehan
minimax →	Q_1	-30.000	60.000	-30.000
maximin	Q_2	50.000	$\boxed{20.000}$	20. 000 ←
	Maksimum kehilangan	50.000 ↑	60.000	

Tidak ada saddle point

1. **Metoda Harapan Perolehan dan Kehilangan**

Untuk agen seandainya menggunakan strategi R_1

$P(-\$ 30.000) + (1-p)(\$ 50.000)$

dengan strategi R_2

$P(\$ 60.000) + (1-p)(\$ 20.000)$

$P(-30.000) + (1-p)(50.000) = P(60.000) + (1-p)(20.000)$

$-30.000\,p + 50.000 - 50.000\,p = 60.000\,p + 20.000 - 20.000\,p$

$120.000\,p = 30.000$

$P = 0,25$

$.1 - P = 0,75$

Untuk manager seandainya menggunakan strategi Q_1

$q(-30.000) + (1-q)(60.000)$

dengan strategi Q_2

$q(50.000) + (1-q)(20.000)$

$q(-30.000) + (1-q)(60.000) = q(50.000) + (1-q)(20.000)$

$120.000\,q = 40.000$

$q = 0,33$

$1 - q = 0,67$

Harapan agen:

Jika memilih strategi R_1

$(0,25)(-30.000) + (0,75)(50.000)$

$= \$ 30.000$

Jika memilih strategi R_2

$(0,25)(60.000) + (0,75)(20.000)$

$= \$ 30.000$

Harapan menunggu

Jika memilih strategi Q_1

$(0,33)(-30.000) + (0,67)(60.000)$

$= \$ 30.000$

Jika memilih strategi Q_2

$(0,33)(50.000) + (0,67)(20.000)$

$= \$ 30.000$

2. Metode Linier Programming

p_1 = probilias terjadi strategi Q_1

p_2 = probilias terjadi strategi Q_2

Harapan agen menang:

Jika manager pilih R_1

$$-30.000\, p_1 + 50.000\, p_2 \geq V$$

$$60.000\, p_1 + 20.000\, p_2 \geq V$$

V = nilai dari permainan

$$p_1 + p_2 = 1$$

Tujuan = memaksimumkan Z = V

$$\max : Z = V$$

$$\begin{aligned} \text{batasan: } -30.000\, p_1 + 50.000\, p_2 - V &\geq 0 \\ 60.000\, p_1 + 50.000\, p_2 - V &\geq 0 \\ p_1 + p_2 &= 0 \\ p_1, p_2, V &\geq 0 \end{aligned}$$

maka akan diperoleh:

$p_1 = 0{,}25$

$p_2 = 0{,}75$

V = \$ 30.000

q_1 = probabilitas R_1

q_2 = probabilitas R_2

Harapan manager kalah

jika agen pilih Q_1:

$$-30.000\, q_1 + 60.000\, q_2 \leq V$$

jika agen piliih Q_2:

$$50.000\, q_1 + 20.000\, q_2 \leq V$$

$$q_1 + q_2 = 1$$

minimumkan Z = V

↳ Minimumkan Z = V

$$\begin{aligned} \text{Batasan: } -30.000\, q_1 + 60.000\, q_2 - V &\leq 0 \\ 50.000\, q_1 + 20.000\, q_2 - V &\leq 0 \\ q_1 + q_2 &= 0 \\ q_1, q_2, V &\geq 0 \end{aligned}$$

sehingga akan diperoleh : $q_1 = 0{,}33$

$q_2 = 0{,}67$

$V = \$\ 30.000$

3. Metode grafik

Harapan agen menang:

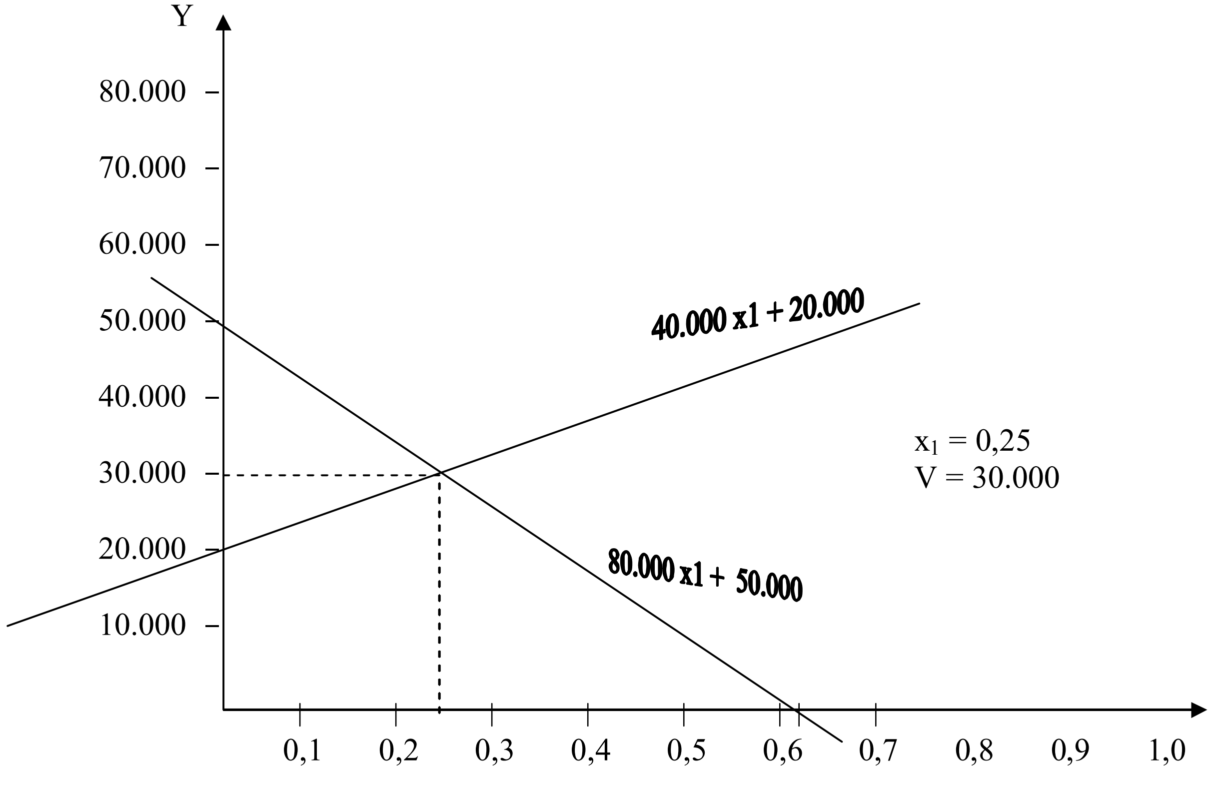
Strategi	harapan perolehan
R_1	$-30.000\ x_1 + 50.000\ (1 - x_1)$
R_2	$60.000\ x_1 + 20.000\ (1 - x_1)$

R_1: $-30.000\ x_1 + 50.000\ (1 - x_1)$

$-80.000\ x_1 + 50.000$

R_2: $60.000\ x_1 + 20.000\ (1 - x_1)$

$40.000\ x_1 + 20.000$



Cara yang sama untuk menmukan nilai harapan untuk R

3. Dominasi

Contoh:

B \ A	B_1	B_2	B_3
A_1	-4	2	3
A_2	-2	-5	4
A_3	-7	-1	-8

Strategi A_3 didominasi A_1

$\rightarrow$ maka strategi A_3 bisa dieliminasi

Strategi B_3 mendominasi B_1

$\rightarrow$ maka strategi B_3 dieliminasi

sehingga diperoleh matriks baru:

B \ A	B_1	B_2
A_1	-4	2
A_2	-2	-5

Dengan menggunakan metode 1 karena tidak memiliki saddle point diperoleh:

A	B
P = 1/3	p_1 = 7/9
P_2 = 2/3	p_2 = 2/9
V = - 8/3	V = - 8/3